

# 电力系统有功功率最优分配分析

于润泽

(滨海县供电公司, 江苏 滨海 224500)

**摘 要:** 本文介绍了电力系统有功功率的最优分配方面的相关内容, 包括有功功率优化分配的概念、意义、必要条件、基本原则和具体方法。本文选取了火电厂和火电厂之间、水电厂和水电厂之间的有功功率最优分配问题, 通过一系列运算比较, 作出了各电厂在各个时段的有功功率负荷曲线, 得出了有功功率优化过后和优化前的能源消耗之差, 验证了有功功率优化的必要性和经济性, 并且在过程中编制了相对应的程序。

**关键词:** 有功功率最优分配; 等耗量微增率; 网损微增率

## 0 引言

在我国当前的电力发展现状之下, 部分地区的电力已经实现了富余。对于这部分地区来说, 电力供需矛盾已不复存在, 当前重要的课题是如何让这部分地区的用电成本降低。这就牵涉到系统经济运行这个大课题。

本文所研究的电力系统有功功率最优分配正是这个课题的一个重要分支。有功功率最优分配, 通俗的说, 就是决定系统中各种发电厂各发多少有功功率, 既可以保证系统内的用户的需要, 又可以降低发电成本。

通过对有功功率最优分配的分析, 我们还可以看到水电厂在系统中的重要地位和不可取代的调节作用。系统中建造一定容量的水电厂十分必要, 在一个侧面为今后的电力建设指明了方向。

有功功率最优分配的概念虽然简单。但是却对电能的一线生产有着最为现实的指导意义, 在不添加任何具有优化功能的硬件情况下, 只要合理的控制各个电厂的有功出力, 就可以使得发电的成本降低, 达到理想的效果。

由于传统的发电手段的限制, 有功功率最优分配理论在今后的很长一段时间内还将影响着各个发电厂的出力情况, 成为人们分析电力网络的重要手段。

## 1 有功功率分配发放

### 1.1 有功功率的最优分配概述

电力系统中有功功率的最优分配由两个主要内容, 即有功功率电源的最优组合和有功功率负

荷的最优分配。

有功功率电源的最优组合是指系统中发电设备和发电厂的合理组合, 也就是通常所谓的机组的合理开停。它大体上包括三个部分: 机组的最优组合顺序, 机组的最优组合数量和机组的最优开停时间。因此, 简而言之, 这一方面涉及的是电力系统中冷备用容量的合理分布问题。合理组合机组的方法目前有最优组合顺序法, 动态规划法, 整数规划法等。

有功功率负荷的最优分配指的是系统的有功功率负荷在各个正在运行的发电设备或发电厂之间的合理分配。通常所谓负荷的经济分配指的是这一方面。这方面的研究目前已经有大量成果, 最常用的则是按所谓等耗量微增率准则的分配。不难发现, 这一方面恰与前一方面相对, 涉及的是电力系统中热备用容量的合理分布问题。

各类发电厂的运行特点不同。

火电厂以承担基本不变的负荷为宜。这样可避免频繁的开停设备和增减负荷。其中, 高温高压电厂因效率最高, 应优先投入, 而且, 由于它们可灵活调节的范围较窄, 在负荷曲线的更底层部分运行更恰当。其次是中温中压电厂。低温低压电厂设备陈旧, 效率很低, 应及早淘汰。

无调节水库水电厂的全部功率和有调节水库水电厂的强迫功率都不可调, 应首先投入。有调节水电厂的可调功率, 在洪水季节, 为防止弃水, 往往也优先投入; 在枯水季节则恰相反, 应承担高峰负荷。在耗尽日水量的前提下, 枯水季节将水电厂的可调功率移在后面投入, 不仅可使火电厂的负荷更加平稳, 从而减少因开停设备或增减负荷而额外

消耗的燃料，而且可使系统中的功率分配更合理，从而节约总的燃料消耗。更何况水电厂还有快速启动，快速增减负荷的突出优点。

抽水蓄能电厂在低谷负荷时，其水轮发电机组作电动机-水泵方式运行，因而应作负荷考虑；在高峰负荷时发电，与常水电厂无异。虽然这一抽水蓄能，放水发电的总效率只有 70% 左右，但因这类电厂的介入，使火电厂的负荷进一步平稳，就系统总体而言，是很合理的。这类电厂常伴随原子能电厂出现，其作用是确保原子能电厂有平稳的负荷。但系统中严重缺乏调节手段时，也应考虑建设这类电厂。

当然，在考虑中发电厂的合理组合问题时，不能忽视保证可靠供电、降低网络损耗、维持良好的电能质量和足够的系统稳定性要求。

由于水电厂的存在，不仅解决了一部分负荷，更重要的是，它大大减少了其它火电厂的负荷变动，为系统的稳定运行创造了条件。在枯水季节，往往就由系统中的大水电厂担任调频任务。

由此可见，建造一定数量和容量的水电厂是多么的必要。

## 1.2 最优分配负荷时的目标函数和约束条件

### 1.2.1 耗量特性

电力系统中有功功率负荷合理分配的目标是在满足一定约束的前提下，尽可能节约消耗的能源。因此，要分析这问题，必须先明确发电设备单位时间内消耗的能源与发出有功功率的关系，即发电设备输入与输出的关系。这关系称耗量特性。见图 1。

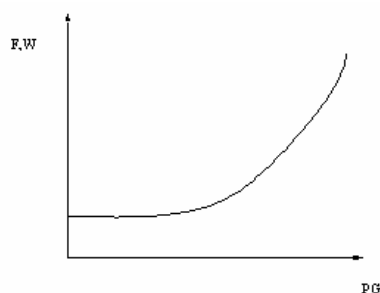


图 1 耗量特性曲线

耗量特性曲线上某一点纵坐标和横坐标的比值，即单位时间内输入能量与功率之比称为比耗量  $\mu$ 。耗量特性曲线上某一点切线的斜率称耗量微增率  $\lambda$ 。耗量微增率是单位时间内输入能量微增量与输出功率微增量的比值，即  $\lambda = \Delta F / \Delta P = dF / dP$  或

$$\lambda = \Delta W / \Delta P = dW / dP。$$

### 1.2.2 目标函数和约束条件

明确了有功功率的大小和耗量特性，在系统中有一定备用容量时，就可考虑这些负荷在已运行发电设备或发电厂之间的最优分配问题。这问题实际上属于非线性规划范畴。换言之，在数学上，这问题可表达为：

在满足约束条件  $f(x, u, d) = 0$  和不等式约束条件  $g(x, u, d) \leq 0$  的前提下，使目标函数  $C = C(x, u, d)$  为最优。

问题在于，应如何表示分析有功功率负荷最优分配时的目标函数和约束条件。

由于讨论有功功率负荷最优分配的目的在于：

在供应同样大小负荷有功功率  $\sum_{i=1}^{i=n} P_{Li}$  的前提下，单

位时间内的能源消耗最少。这里的目标函数应该就是总耗量。原则上，这总耗量应与所有变量都有关，

但通常认为，它只是各发电设备所发有功功率  $P_{Gi}$  的函数，即这里的目标函数可写成：

$$F_{\Sigma} = F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2}) + \dots + F_n(P_{Gn}) = \sum_{i=1}^{i=n} F_i(P_{Gi}) \quad (1)$$

式中，以  $F_i(P_{Gi})$  表示某发电设备发出有功功率  $P_{Gi}$  时单位时间内所需消耗的能源。

这里的等约束条件也就是有功功率必须保持平衡的条件。就每个节点而言，这条件可得为

$$P_{Gi} - P_{Li} - U_i \sum_{j=1}^{j=n} U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = 0 \quad (2)$$

式中， $i=1, 2, \dots, n$

而就整个系统而言，则为

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_{Gi} - \sum_{i=1}^{i=n} P_{Li} - \Delta P_{\Sigma} = 0 \quad (3)$$

式中的  $\Delta P_{\Sigma}$  为网络的总损耗。从而，不计网络损耗时，上式可改写为

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_{Gi} - \sum_{i=1}^{i=n} P_{Li} = 0 \quad (4)$$

这里的不等式约束有三，分别为各节点发电设

备有功功率  $P_{Gi}$ 、无功功率  $Q_{Gi}$  和电压大小不得逾越, 即:

$$\begin{aligned} P_{Gi \min} &\leq P_{Gi} \leq P_{Gi \max} \\ Q_{Gi \min} &\leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi \max} \\ U_{i \min} &\leq U_i \leq U_{i \max} \end{aligned} \quad (5)$$

式中:  $P_{Gi \max}$  一般就取发电设备的额定有功功率;  $P_{Gi \min}$  则因发电设备的类型而异。例如, 如上所述, 火力发电设备的  $P_{Gi \min}$  不得低于额定有功功率的 25%~75%。 $Q_{Gi \max}$  取决于发电机定子或转子绕组的温升;  $Q_{Gi \min}$  主要取决于发电机并列运行的稳定性和定子端部温升等。 $U_{i \min}$  和  $U_{i \max}$  则由对电能质量的要求所决定。

系统中发电设备消耗的能源可能受限制。例如, 水电厂一昼夜间消耗的水量受约束于水库调度。出现这种情况时, 目标函数就不应再是单位时间内消耗的能源而应是一段时期内消耗的能源, 即应为

$$F_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=m} \int_0^{\tau} F_i(P_{Gi}) dt \quad (6)$$

而等约束条件除式(2)、(3)、(4)外, 还应增加

$$\int_0^{\tau} W_j(P_{Gj}) dt = \text{定值}$$

这里的  $F_i$  可理解为单位时间内火力发电设备的燃料消耗;  $W_j$  为单位时间内水力发电设备的水量消耗;  $\tau$  为时间段长。例如 24h。而这里设  $i=1, 2, \dots, m$  为水力发电设备,  $j=(m+1), (m+2), \dots, n$  为水力发电设备。

## 2 考虑网损的有功功率最优分配

### 2.1 网损修正系数

上一章的分析都是建立在不计网络损耗的前提下进行的。当网络是较大, 例如系统中有长距离重载线路时, 就应计及网络损耗对负荷分配的影响。原则上, 计及网络损耗的影响并不困难, 因只要在等约束条件——有功功率平衡关系式中增加一项网络总损耗  $\Delta P_{\Sigma}$ , 但具体计算时, 工作量却很大。以下, 就直接从较完整的拉格朗日函数开始, 讨论这相当繁琐的问题, 计及网络损耗:

$$\begin{aligned} C^* &= \sum_{k=1}^{k=t} \sum_{i=1}^{i=m} F_i(P_{Ti^*k}) \Delta t_k - \\ &\sum_{k=1}^{k=t} \lambda_k [(\sum_{i=1}^{i=k} P_{Ti^*k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{Hj^*k}) - (\sum_{i=1}^{i=m} P_{Li^*k} + \sum_{j=m+1}^{j=n} P_{Lj^*k} + \Delta P_{\Sigma k})] \Delta t_k \\ &+ \sum_{j=m+1}^{j=n} \gamma_j [\sum_{k=1}^{k=t} W_{j^*k}(P_{Hj^*k}) \Delta t_k - K_j] \end{aligned} \quad (7)$$

然后取

$$\frac{\partial C^*}{\partial P_{Ti^*k}} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial P_{Hj^*k}} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \lambda_k} = 0; \frac{\partial C^*}{\partial \gamma_j} = 0$$

并计及  $\Delta P_{\Sigma k}$  与所有  $P_{Ti^*k}$ 、 $P_{Hj^*k}$  都有关, 可得:

$$\begin{aligned} \frac{dF_i(P_{Ti^*k})}{dP_{Ti^*k}} - \lambda_k (1 - \frac{\partial \Delta P_{\Sigma k}}{\partial P_{Ti^*k}}) &= 0 \\ \gamma_j \frac{dW_{j^*k}(P_{Hj^*k})}{dP_{Hj^*k}} - \lambda_k (1 - \frac{\partial \Delta P_{\Sigma k}}{\partial P_{Hj^*k}}) &= 0 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^{k=t} W_{j^*k}(P_{Hj^*k}) \Delta t_k - K_j = 0 \quad (8)$$

式中:  $i=1, 2, \dots, m; j=m+1, m+2, \dots, n$   
 $k=1, 2, \dots, t$

这组方程式的第三、第四式显然仍是等约束条件, 而第一、二式则仍为第  $k$  时间段内最优分配负荷的条件。将这两式合并, 并在合并的同时略去下标“ $k$ ”以表示某一瞬间的关系, 可得

$$\frac{dF_i(P_{Ti})}{dP_{Ti}} \frac{1}{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_{Ti})} = \gamma_j \frac{dW_j(P_{Hj})}{dP_{Hj}} \frac{1}{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_{Hj})} = \lambda \quad (9)$$

式中, 乘数  $1/(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_{Ti})$  或  $1/(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_{Hj})$  时因计及网络损耗而有的修正系数。其中的偏导数  $\partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_{Ti}$  或  $\partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_{Hj}$  则称网损微增率。

由于  $dF_i(P_{Ti}) / dP_{Ti} = \lambda_i$  为燃料耗量微增率,

$dW_j(P_{Hj}) / dP_{Hj} = \lambda_j$  为水耗量微增率, 如再以  $L_i L_j$  表示网损修正系数, 式(9)可简写为:

$$\lambda_i L_i = \gamma \lambda_j L_j = \lambda \quad (10)$$

式（9）或式（10）就是计及网络损耗修正后火力与水力设备（厂）之间最优分配负荷的协调方程式。它实际上也是等耗量微增率准则的推广运用。

式（9）、式（10）都很简洁。因而，似乎计及网络损耗不会引起很大的问题，其实不然。困难在与网损微增率的计算。因而网损微增率的定义  $\partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_i$ 、 $\partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_{ij}$  可见，其物理意义为某发电厂所发功率的变化引起的网络总损耗的变化。从而，它们不仅与网络的结构、参数有关，而且还和各类变量都有关。以下，就讨论这网损微增率的计算。

## 2.2 网损微增率的计算——转置雅可比矩阵法

网损微增率计算的方法很多，最早出现并广泛使用的是所谓损耗系数法或  $B_{mn}$  系数法。但这种方法引入的假设条件较多，不够精确。以下介绍的时一种以潮流计算为基础的所谓转置雅可比矩阵法。

由潮流计算已知，各节点注入功率的代数和就等于网络的总损耗

$$\tilde{S}_{\Sigma} = \Delta P_{\Sigma} + j \Delta Q_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} (P_i + j Q_i)$$

$$\text{由此可列为: } \Delta \Delta P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial P_i} \Delta P_i$$

设除  $i$  节点和平衡节点  $s$  点外，其它节点注入的有功功率都保持不变，则由上式可得

$$\Delta \Delta P_{\Sigma^*} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial P_i} \Delta P_i + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\partial \Delta P_{\Sigma}}{\partial P_s} \Delta P_s$$

式中， $\Delta P_{\Sigma^*}$  的下标“\*”表明网络损耗的变化只是由  $i, s$  两节点注入有功功率的变化所引起。

另一方面，当只有注入的有功功率变化时， $i$  节点注入有功功率的增加将使平衡节点注入有功功率减少，并使网络损耗发生变化，即有

$$\Delta P_i = -\Delta P_s + \Delta \Delta P_{\Sigma^*}$$

上两式中消去  $\Delta \Delta P_{\Sigma^*}$ ，可得

$$\partial P_s / \partial P_i = \Delta P_s / \Delta P_i = -\frac{1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_i}{1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_s} \quad (11)$$

而由其中第二式又可得

$$\partial P_s / \partial P_i = \Delta P_s / \Delta P_i = -(1 - \partial \Delta P_{\Sigma^*} / \partial P_i)$$

从而可得

$$1 - \partial \Delta P_{\Sigma^*} / \partial P_i = \frac{1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_i}{1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_s}$$

为简化分析，设系统中电源全为火力发电设备（厂），则由式（9）可列出

$$\frac{dF_i}{dP_i} \frac{1}{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_i)} = \frac{dF_s}{dP_s} \frac{1}{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_s)}$$

从而有

$$\begin{aligned} \frac{dF_i}{dP_i} \frac{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_s)}{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma} / \partial P_i)} &= \frac{dF_i}{dP_i} \frac{1}{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma^*} / \partial P_i)} = \frac{dF_s}{dP_s} \\ \frac{dF_i}{dP_i} \frac{1}{(1 - \partial \Delta P_{\Sigma^*} / \partial P_i)} &= \frac{dF_i}{dP_i} \frac{1}{-\partial \Delta P_s / \partial P_i} = L_{i^*} \frac{dF_i}{dP_i} = \frac{dF_s}{dP_s} \end{aligned}$$

由此可见，只要求得  $\partial \Delta P_s / \partial P_i$ ，就可得相应的网损微增率  $\partial \Delta P_{\Sigma^*} / \partial P_i = 1 + \partial \Delta P_s / \partial P_i$  和网损修正系数  $L_{i^*} = -1 / (\Delta P_s / \partial P_i)$ ，并建立具有另一种形式的协调方程式

$$\frac{dF_i}{dP_i} \frac{1}{-\partial \Delta P_s / \partial P_i} = \frac{dF_s}{dP_s} \quad (12)$$

至此，求取网损微增率的问题已转化为求取偏导数  $\partial P_s / \partial P_i$ ，而这一偏导数可作：

$$\frac{\partial P_s}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^{j=n} \frac{\partial P_s}{\partial \delta_j} \frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{U_j \partial P_s}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{U_j \partial P_i}$$

或写作

$$\frac{\partial P_s}{\partial P_i} = \left[ \left( \frac{\partial P_s}{\partial \delta} \right)' \left( \frac{U \partial P_s}{\partial U} \right)' \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P_i} \\ \frac{\partial U}{U \partial P_i} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中列向量  $\partial \delta / \partial P_i$ 、 $\partial U / (U \partial P_i)$  的阶数分别为  $(n-1)$  和  $(m-1)$ 。它们可由下列诸式按如下的步骤求取。先列出

$$\frac{\partial P_1}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^{j=n} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_i} \frac{\partial \delta_i}{\partial P_i} + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{U_j \partial P_1}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{U_j \partial P_i} = 0$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial P_i} &= \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} + \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{U_j \partial P_i}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{U_j \partial P_i} = 1 \\ \frac{\partial P_n}{\partial P_i} &= \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{\partial P_n}{\partial \delta_j} \frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} + \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{U_j \partial P_n}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{U_j \partial P_i} = 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial P_i} &= \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_j} \frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} + \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{U_j \partial Q_1}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{U_j \partial P_i} = 0 \\ \frac{\partial Q_i}{\partial P_i} &= \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} + \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{U_j \partial Q_i}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{U_j \partial P_i} = 0 \\ \frac{\partial Q_m}{\partial P_i} &= \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{\partial Q_m}{\partial \delta_j} \frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} + \sum_{j=1, j \neq s}^{j=n} \frac{U_j \partial Q_m}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{U_j \partial P_i} = 0\end{aligned}$$

归纳上列诸式, 可列出

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial P_i} \\ \frac{\partial Q}{\partial P_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{U \partial P}{\partial U} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{U \partial Q}{\partial U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P_i} \\ \frac{\partial U}{U \partial P_i} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中的  $\partial P / \partial \delta$  和  $U \partial Q / \partial U$  分别为  $(n-1) \times (n-1)$ 、 $(m-1) \times (m-1)$  阶方阵。不难发现, 式中的系数矩阵就是以极坐标表示时牛顿——拉弗逊潮流计算修正方程式中的系数矩阵——雅可比矩阵。

归并式 (13)、(14), 即可得

$$\frac{\partial P_s}{\partial P_i} = \left[ \left( \frac{\partial P_s}{\partial \delta} \right)^t \left( \frac{U \partial P_s}{\partial U} \right)^t \right] \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial P_i} \\ \frac{\partial U}{U \partial P_i} \end{bmatrix} \quad (15)$$

注意到上式等号右侧列向量中除  $\partial P_s / \partial P_i = 1$  外其余均为零, 可将上式等号右侧转置, 然后构筑求取  $\partial P_s / \partial P$  的矩阵方程如下

$$\partial P_s / \partial P = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_s}{\partial \delta} \\ \frac{U \partial P_s}{\partial U} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中单位矩阵 1 和零阵 0 的阶数分别为

$(n-1) \times (n-1)$ 、 $(n-1) \times (m-1)$

至此, 就可以从等号左侧  $(n-1)$  阶列向量  $\partial P_s / \partial P$  中提取具有发电设备各节点  $\partial P_s / \partial P_i$  以求取相应的网损微增率和网损修正系数。

至于式 (16) 等号右侧的列向量, 则不难从平衡节点有功功率的表示式求取。而显然, 这也是一个十分稀疏的向量。如再注意到推导 P-Q 分解法修正方程式曾略去雅可比矩阵的两个子阵 N, J, 对式 (16) 也可作同样的简化, 得:

$$\partial P_s / \partial P = (H^t)^{-1} \partial P_s / \partial \delta \quad (17)$$

显然, 式 (17) 适合于 P-Q 分解法潮流计算配合使用。

### 3 基于 MATLAB 的有功功率分配实例计算

#### 3.1 两座火电厂之间的有功功率最优分配

这一节我们将通过实例来演示火电厂之间如何分配有功功率来达到经济运行的目的。

A 火电厂的与 B 火电厂同时向系统送电, 它们的耗量特性分别为:

$$F_1 = 2.5 + 0.25 P_{G1} + 0.0014 P_{G1}^2 (t/h)$$

$$F_2 = 5.0 + 0.18 P_{G2} + 0.0018 P_{G2}^2 (t/h)$$

它们的可发有功功率上下限则分别为

$$P_{G1\min} = 20MW; P_{G1\max} = 100MW$$

$$P_{G2\min} = 20MW; P_{G2\max} = 100MW$$

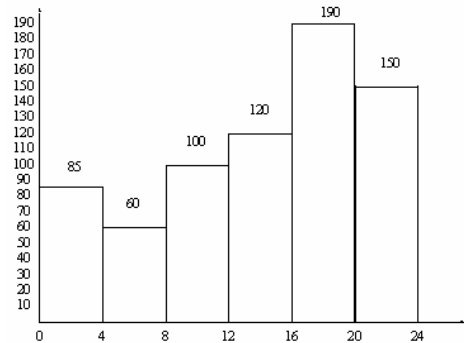


图 2 日负荷功率曲线

图 2 给出系统的日功率负荷曲线, 其中横坐标表示每天的各个时间段, 纵坐标表示系统负荷的有功功率, 单位为 MW。

计算根据日负荷功率曲线，A 发电厂和 B 发电厂在各个区间的发电量，并作出各自的负荷曲线图。

根据  $\lambda_i = \frac{dF_i}{dP_{Gi}}$ ，可以求出：

$$\lambda_1 = \frac{dF_1}{dP_{G1}} = 0.25 + 0.028P_{G1}$$

$$\lambda_2 = \frac{dF_2}{dP_{G2}} = 0.18 + 0.036P_{G2}$$

这里，我们首先讨论下两个发电厂都按照功率下限发电的情况。

$$P_{G1}=20MW, P_{G2}=20MW$$

则可以求出两发电厂各自的耗量微增率：

$$\lambda_1 = 0.306, \lambda_2 = 0.252$$

耗量微增率较小意味着在多发相同的功率的情况下，所耗费的能源少。所以，考虑到系统的经济运行，当这时系统有功功率负荷增加的时候，A 电厂仍然保持 20MW 的有功功率输出，B 电厂提高输出的有功功率。

只有当  $\lambda_1=\lambda_2=0.306$  时，才考虑提高 A 电厂的有功功率输出。此时  $P_{G2}=35MW, P_{G1}+P_{G2}=55MW$ 。

之后才按照等耗量微增率原则进行计算。

观察题目，给定的最小负荷为 60MW，高于 55MW，所以本例的计算都遵循等耗量微增率原则。

首先计算总有功负荷为 85MW 的情况：

$$P_{G1} = \frac{\lambda - 0.25}{0.0028}, P_{G2} = \frac{\lambda - 0.18}{0.0036}, P_L = P_{G1} + P_{G2} = 85$$

取不同的  $\lambda$  代入，计算  $P_{G1}$ ， $P_{G2}$ ，当  $P_L = P_{G1} + P_{G2} = 85$  时即为符合条件的  $\lambda$ 。

由于手算的时候  $\lambda$  的取值比较麻烦，需要一次一次的试探，并且在精度的控制上不容易掌握，而 MATLAB 则可以很容易的编程求解（当然本题情况非常简单，只有两个发电厂），并且只要参数得当，就可以获得我们所预期精度。所以求解  $\lambda$  和  $P_{G1}$   $P_{G2}$  的过程把它程序化一下。

其它的负荷情况同上。

得出的结果见表 1，其中  $P_{G1}$  显示发电厂 A 各时段有功功率， $P_{G2}$  显示发电厂 B 各时段有功功率。

表 1 每日有功功率分布表一

时间段	$P_L$	$P_{G1}$	$P_{G2}$	$\lambda$
0~4	85	37.1	48.3	0.354
4~8	60	22.9	37.2	0.314
8~12	100	45	54	0.377
12~16	120	56.8	63.6	0.409
16~20	190	96.1	94.1	0.519
20~24	150	73.5	76.6	0.456

这时，就可以作出火电厂 A 和火电厂 B 每天的有功功率负荷曲线图，见图 3、4。其中横坐标表示每天的各个时间段，纵坐标表示系统负荷的有功功率，单位为 MW。

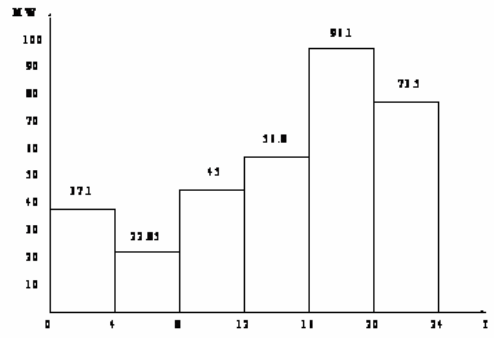


图 3 A 火电厂的日功率负荷曲线图

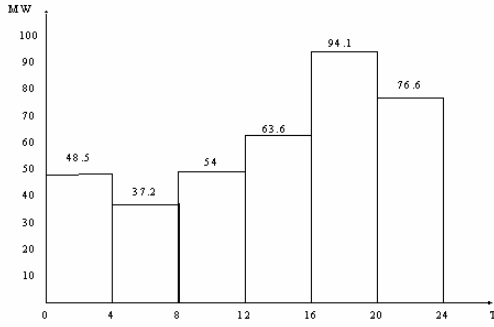


图 4 B 火电厂的日有功功率负荷曲线

不妨计算一下在负荷最高点时，优化功率后的燃料消耗，和平均分配时的燃料消耗做个对比。

$$\text{当 } P_L = 190MW \text{ 时, } P_{G1}=96.1, P_{G2}=94.1$$

$$F_1 = 2.5 + 0.25P_{G1} + 0.0014P_{G1}^2(t/h), \text{ 代入 } P_{G1}, \text{ 得: } F_1=39.46$$

$$F_2 = 5.0 + 0.18P_{G2} + 0.0018P_{G2}^2(t/h), \text{ 代入 } P_{G2}, \text{ 得: } F_2=37.88$$

$$F_1 + F_2 = 77.34$$

如果平均分配的话,  $F_1 + F_2 = 77.49$

这里可以看出, 优化有功功率分配后, 每小时减少了 0.15t 的燃料耗量, 虽然看起来不多, 但是日积月累, 相当可观。

### 3.2 一座火电厂和一座水电厂之间的有功功率最优分配

这一节将通过一道例题来演示火电厂和水电厂之间如何分配有功功率来达到经济运行的目的。

火电厂和水电厂共同供电, 它们的容量都为 600MW。它们的耗量微增率曲线方程已经给出, 图 5 给出系统的日功率负荷曲线, 其中横坐标表示每天的各个时间段, 纵坐标表示系统负荷的有功功率, 单位为 MW。

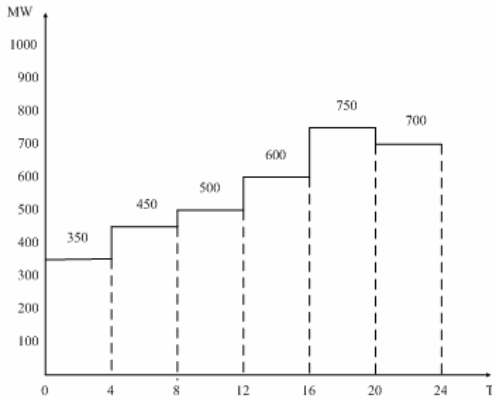


图 5 日负荷曲线

水电厂的日耗水量  $K$  给定为  $10^7 m^3$ , 计算在给定的日耗水量下负荷的最优分配方案。

$$\lambda_T = \frac{dF}{dP_T} = 0.3 + 0.0006P_T [t/(MW \cdot h)]$$

$$\lambda_H = \frac{dF}{dP_H} = 0.5 + 0.002P_H [m^3/(MW \cdot s)]$$

首先求水耗量和有功功率的关系:

$$W = \int_0^{P_H} \frac{dW}{dP_H} dP_H = 0.5P_H + 0.001P_H^2 (m^3/s) \quad (18)$$

下面根据等耗量微增率原则列出下列等式方程:

0~4

$$0.3 + 0.0006P_{1T} = \gamma(0.5 + 0.002P_{1H})$$

4~8

$$0.3 + 0.0006P_{2T} = \gamma(0.5 + 0.002P_{2H})$$

20~24

$$0.3 + 0.0006P_{6T} = \gamma(0.5 + 0.002P_{6H})$$

再根据功率平衡关系列出

$$P_{1T} + P_{1H} = 350$$

$$P_{2T} + P_{2H} = 450$$

$$P_{3T} + P_{3H} = 500$$

$$P_{4T} + P_{4H} = 600$$

$$P_{5T} + P_{5H} = 750$$

$$P_{6T} + P_{6H} = 700$$

取任意  $\gamma$  代入, 然后联立之后即可解的  $P_{1H} \sim P_{6H}$ , 再根据式 (18) 即可求得各时间点的水耗量, 然后乘以总时间即可得到水耗量。

$$\text{即} : W_i = 0.5P_{Hi} + 0.001P_{Hi}^2 (m^3/s) \quad (i=1,2,3,4,5,6)$$

$$\text{又有 } K' = \sum_{i=1}^6 W_i \times 4 \times 3600$$

把得到的水耗量和给定的日耗水量作对比, 应小于且尽可能接近。

由于  $\gamma$  的值是任意取的, 可能会造成偏离目标非常远, 所以需要多次取值试探。手算的过程非常繁琐, 基于 MATLAB, 进行编程, 能够快速的逼近目标函数。

现在所要做的时确定  $\gamma$  大概在一个怎样的范围, 先取 0.55:

得出结果:  $K' = 1.32 \times 10^7$ , 这说明要求水电站的水量超过了给定值, 是不可能实现的, 所以只能取较大的  $\gamma$  代入。

再取 0.8 代入:

得出结果:  $K' = 5.725 \times 10^6$ , 这又说明要求水电站的水量远小于给定值, 不能充分的利用资源, 造成资源浪费。

以上的运算找到了  $\gamma$  的取值范围, 即在 0.55~0.8 之间, 下面的逼近过程就由计算机完成了。

根据计算结果, 得到表 2。

根据表格, 可以作出火电厂和水电厂各自的日有功功率负荷曲线, 见图 6、7。其中横坐标表示每天的各个时间段, 纵坐标表示系统负荷的

有功功率。

表 2 每日有功功率分布表二

时间段	$P_L$	$P_{G1}$	$P_{G2}$	$\lambda$
0~4	350	247.06	102.94	62.07
4~8	450	314.97	135.03	85.75
8~12	500	348.93	151.07	98.36
12~16	600	416.84	183.16	125.12
16~20	750	518.72	231.28	169.13
20~24	700	484.76	215.24	153.95

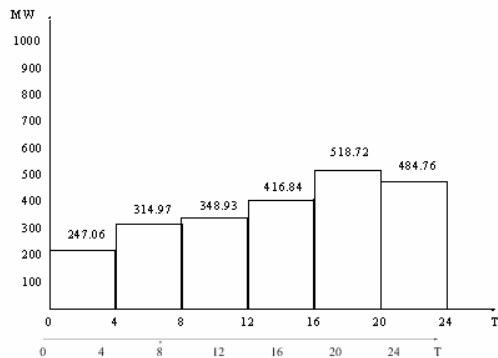


图 6 火力发电厂日功率负荷曲线

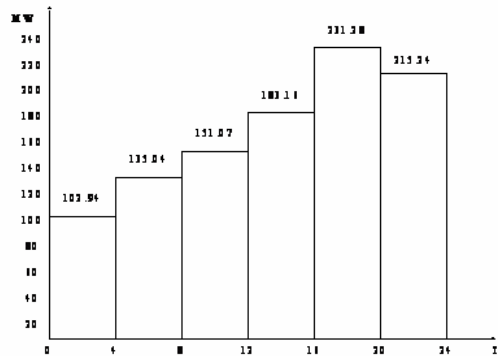


图 7 水力发电厂日功率负荷曲线

4 结论

论文中，从最优分配的目标函数和约束条件入手，分析出了最优分配中著名的准则——等耗量微增率准则，并将其从两个电厂的系统推广到多个电厂的系统中。

接着给出了两个实例，分别是火电厂和火电厂之间的有功功率最优分配，及火电厂和水电厂之间的有功功率最优分配。

由编写的相应程序实例中给出的结果可以很

好的看出，在实行了有功功率优化分配后，发电成本降低了，尽管相对于整个能源耗量，这个节省的数值并不大。但由于本文取得是一个极小的系统，再加上发电是一个不间断的具有长期性的行为，扩大化后，并且日积月累节省下来的费用相当可观，所以从系统经济运行的角度来说，有功功率优化的过程必不可少。

通过对以上有功功率最优分配的分析，可以看出，如果系统在没有水电厂的情况下进行有功功率调节，只能通过频繁开停火电厂的发电设备来达到目的，这样的话再考虑到设备的开停费用和损坏，很可能得不偿失。这就意味着系统中一定要建设一定容量的水电厂，这样的话既经济，又迅速。

参考文献：

[1] 陈珩.电力系统稳态分析[M].北京:中国电力出版社,1995. 196-222.

[2] 苏金明,阮沈勇.MATLAB 实用教程[M].北京:电子工业出版社,2005. 1-57.

[3] 王锡凡.现代电力系统分析[M].北京:科学出版社, 2003. 55-90.

[4] 刘卫国,张昭平.MATLAB 程序设计与应用[M].北京:高等教育出版社,2001. 42-54.

[5] 张伯明,陈寿孙.高等电力网络分析[M].北京:清华大学出版社,1996. 167-184.

[6] 陈跃.电气工程专业毕业设计指南电力系统分册[M].北京:水力水电出版社,2003. 38-40.

[7] 陈立新,杨光宇.电力系统分析[M].北京:中国电力出版社,2005. 168-175.

[8] 王忠礼,段慧达,高玉峰. MATLAB 在电气工程与自动化专业方面的应用[M].北京:清华大学出版社,2007. 1-29.

作者简介：

于润泽（1984—），男，江苏滨海人，助理工程师，从事配电网相关工作，E-mail: yrz10231@163.com。